

Chapitre 17 : Sphère, boule, se repérer dans l'espace

I. Sphère et boule

Définitions :

- La sphère de centre O et de rayon r est formée de tous les points M situés à la distance r de O : $OM = r$.
- La boule de centre O et de rayon r est formée de tous les points M situés à une distance inférieure ou égale à r de O : $OM \leq r$.

Exemple : La sphère (S) a pour centre O et pour rayon r .

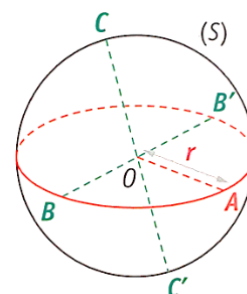
Le segment $[OA]$ est un rayon de la sphère.

La longueur OA est le rayon de la sphère.

Les segments $[BB']$ et $[CC']$ sont deux diamètres de la sphère.

Le cercle de centre O et de rayon r est un grand cercle de cette sphère.

Ainsi, on a $OA = r$ et $BB' = 2r$.



Propriété : Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Exemple : Le volume d'une boule de rayon 4cm est :

$$V = \frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 64 \approx 268\text{cm}^3$$

II. Sections planes d'une sphère

Propriété : La section d'une sphère par un plan est un **cercle** lorsque la sphère et le plan sont sécants, ou un **point** lorsque la sphère et le plan sont tangents.

Exemple : (S) est une sphère de centre O et de rayon r . (P) est un plan.

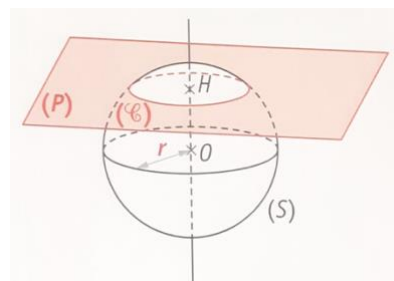
La droite passant par le point O et perpendiculaire au plan (P) coupe ce plan au point H .

La longueur OH est la distance du point O au plan (P) .

- Cas où $0 \leq OH < r$:

Le plan (P) et la sphère (S) sont sécants.

La section de la sphère (S) par le plan (P) est le cercle (C) de centre H .

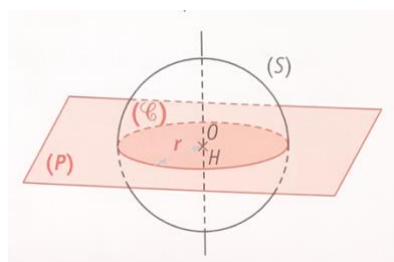


- Cas où $OH = 0$:

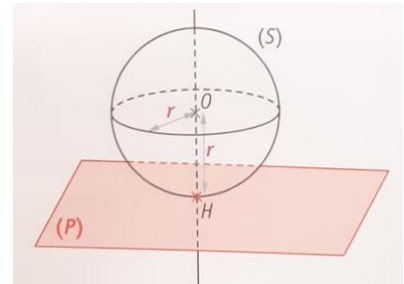
Le point H est confondu avec le point O .

La section de la sphère (S) par le plan (P) est un cercle (C) de centre O et de rayon r . C'est un grand cercle de la sphère.

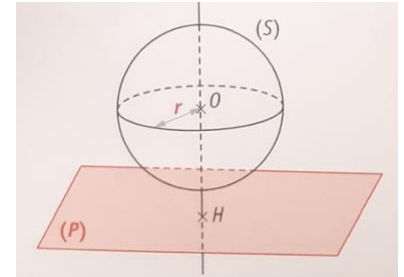
La sphère est partagée en deux hémisphères.



- Cas où $OH = r$:
Le plan (P) et la sphère (S) sont tangents au point H .
La section de la sphère (S) par le plan (P) est le point H .



- Cas où $OH > r$:
Le plan (P) ne coupe pas la sphère (S) .
Il n'y a donc pas de section de la sphère (S) par le plan (P) .



Remarque : La section d'une boule par un plan est un disque ou un point.

III. Se repérer sur une sphère

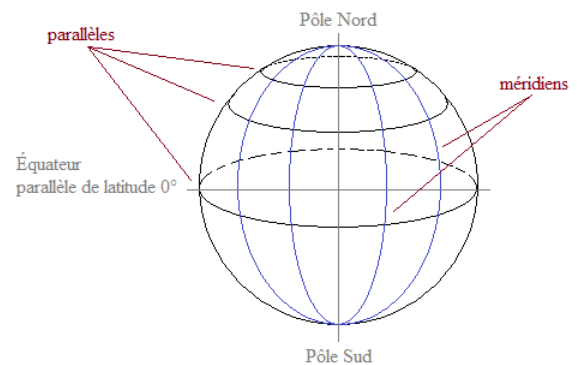
Définitions :

La Terre est assimilée à une sphère.

Les axes du repère sont :

- un cercle : l'équateur
- un demi-cercle : le méridien de Greenwich

L'origine du repère est le centre de la Terre.



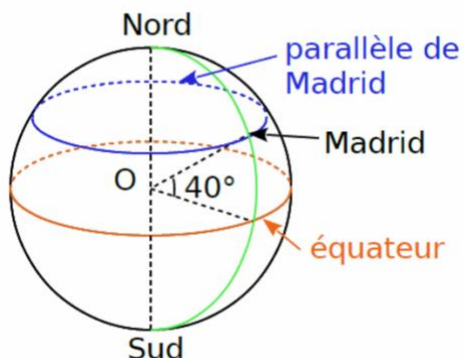
La Terre est quadrillée par des cercles parallèles à l'équateur, appelés **parallèles**, et des demi-cercles, d'extrémités les pôles, appelés **méridiens**.

Pour repérer un point sur la sphère, on utilise la **latitude** et la **longitude** :

- L'angle entre l'équateur et le parallèle du point est la **latitude** du point. On précise l'orientation Nord ou Sud.
- L'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point est la **longitude** du point. On précise l'orientation Ouest ou Est.

Exemples :

La latitude de Madrid est 40° Nord.



La longitude de New York est 74° Ouest.

