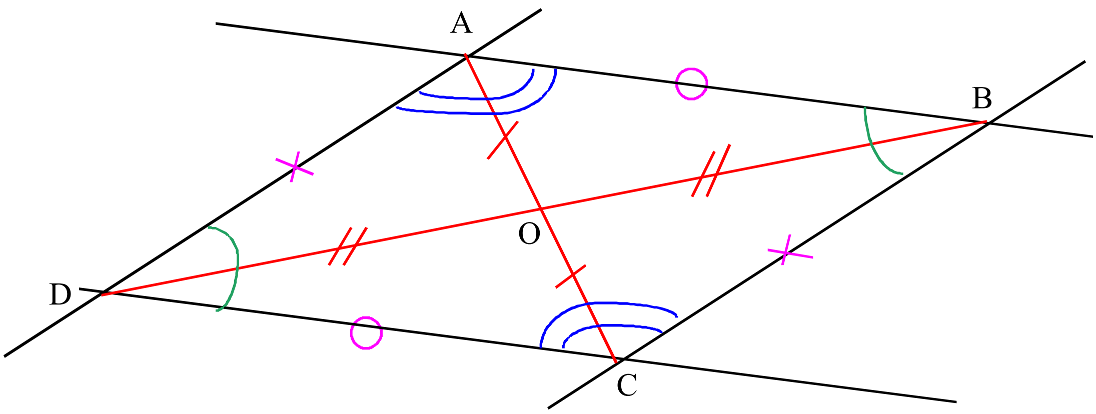
ACTIVITE 1:

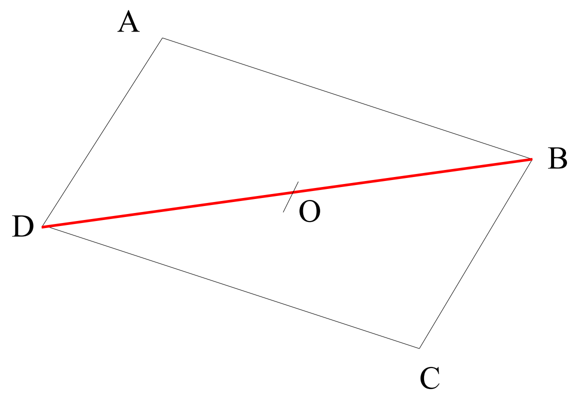


1er PROPRIETE:

En utilisant ton compas que tu pique en O, (ou en mesurant), compare les longueurs OA et OC.
que constates-tu ? : **OA = AC**.
Compare les longueurs OB et OD, que constates-tu ? **DO = OB**
Complète:

Dans tout parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.

On considère un parallélogramme ABCD. On trace sa diagonale [BD]. On appelle O le milieu de [BD].
Dans la symétrie de centre O :



- Le symétrique du point B est **D**
- Le symétrique de la droite (BA) est la droite parallèle à la droite **(BA)** passant par le point **D**.
- Le symétrique du point D est le point **B**
- Le symétrique de la droite (DA) est la droite parallèle à droite **(BC)**. passant par le point **B**
- Comme le point A est le point d'intersection des droites (AB) et (DA), le symétrique du point A est le point d'intersection des droites **(DC)** et **(BC)**.
- Le symétrique du point A est donc le point **C**
- Donc le point O est le milieu de **[DC]**…………

Conclusion : I est le milieu des diagonales du parallélogramme.

2ème PROPRIETE:

Que penses-tu des longueurs des côtés opposés ? : **Ils ont la même longueur**.

Démonstration : *Complète:*
D'après la propriété énoncée ci-dessus, on peut dire que:

- O est le **milieu** de [AC] et O est le **milieu** de [DB].
- Donc, dans la symétrie centrale de centre O, A a pour symétrique le point **C** et B a pour symétrique le point **D**.
- Le segment [AB] a donc pour symétrique le segment **[DC]**.
- Or tu sais que le symétrique d'un segment est un segment de même **longueur**.
- Donc les longueurs AB et CD sont **de même longueur**.

Dans tout parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur.

3ème PROPRIETE:

Complète :

Si ABCD est un parallélogramme, et si O est le milieu de ses deux diagonales alors, dans la symétrie de centre O :
A a pour image **C** et B a pour image **D**
Le segment [AB] a donc pour image le segment **[DC]**.
Or, dans une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment qui lui est **parallèle**, donc [AB] est **parallèle** à [CD].
D'autre part : Une symétrie centrale conserve les longueurs, donc **AB** = **DC**.
Conclusion : **(AB) parallèle à (DC)** **et** **AB = DC**
(On démontrerait de la même manière que (AD) // (BC) et AD = BC)

Un parallélogramme a deux côtés opposés parallèles et de même longueur

4ème PROPRIETE:

A l'aide de ton rapporteur, mesure les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{DCB}$: $\widehat{DAB}$ = **140°** ; $\widehat{DCB}$ = **140°**.

Conclure : $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$

En est-il de même pour $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$? **Oui**.Complète:

Dans tout parallélogramme, les angles opposés ont même mesure.

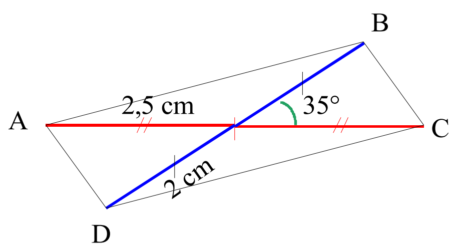
Démonstration :
Si ABCD est un parallélogramme, et si O est le milieu de ses diagonales alors, dans la symétrie de centre O :

D a pour image **B**
A a pour image **C**.
B a pour image **D**.

A a pour image **C**.
B a pour image **D**.
C a pour image **A**.

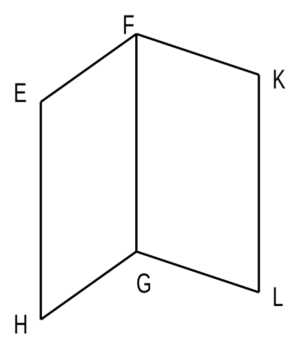
L'angle $\widehat{DAB}$ a pour image l'angle $\widehat{DCB}$ et l'angle $\widehat{ABC}$ a donc pour image l'angle $\widehat{ADC}$.
Or dans la symétrie centrale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure, donc
$\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

Exercice n°1 :

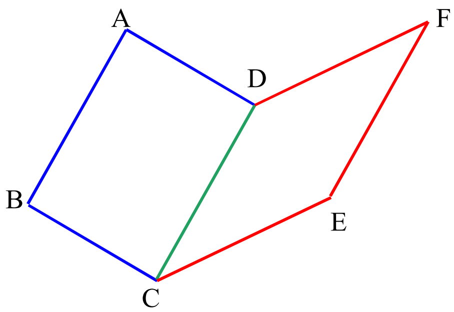


Exercice n°2 :

On sait que : EFGH et FGLK sont deux parallélogrammes.
D'après la propriété :Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de la même longueur.
Donc : EH = FG et FG = KL
Conclusion : **EH = KL**



Exercice n°3 :



Démontrons que : AB = EF et (AB // (EF)

On sait que : ABCD et CDFE sont deux parallélogrammes

D'après la propriété : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Conclusion :

- Pour le parallélogramme ABCD, on a :

AB = CD **(1)** et (AB) // (CD) **(2)**

- Pour le parallélogramme CDFE, on a :

CD = EF **(3)** et (CD) // (EF) **(4)**

D'après (1) et (3), on a : AB = EF

On sait que : D'après (2) et (4), on a (AB) // (CD) car si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.

Conclusion : **AB = EF et (AB) // (EF**

Exercice n°4 :

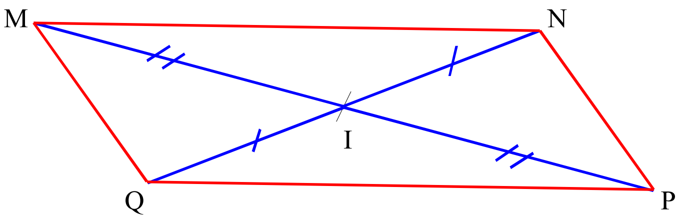
On sait que : ABCD est un parallélogramme.

D'après la propriété : Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés sont de même mesure

Donc : $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 30°$ et $\widehat{BCD} = \widehat{DAB} = 150°$

ACTIVITE 2 : RECONNAITRE UN PARALLELOGRAMME

A - Autour des diagonales



3°) En déduire la nature de chacun de ces quadrilatères : **MNPQ est un parallèlogramme.**

Si un quadrilatère a des diagonales qui ont même milieu , alors ce quadrilatère est un parallélogramme

Démonstration :

On considère les segments [MN] et [NQ] de même milieu I . On trace le quadrilatère MNPQ. (Voir figure ci-dessus).Les diagonales de ce quadrilatère ont donc le même milieu I.

Dans la symétrie de centre I :

- le symétrique du point M est le point **P** et le symétrique du point N est le point **Q** Donc le symétrique de la droite (MN) est la droite **(QP)**.

Or, on sait que le symétrique d'une droite est une droite **parallèle**, donc les droites (MN) et (QP) sont **parallèles**.

- le symétrique du point N est le point **Q** et le symétrique du point P est le point **M.** Donc le symétrique de la droite (NP) est la droite **(MQ)**. Or, on sait que le symétrique d'une droite est une droite **parallèle**, donc les droites (NP) et (MQ) sont **parallèles**.

Conclusion : Les côtés opposés du quadrilatère MNPQ sont parallèles. Le quadrilatère MNPQ est donc un parallélogramme.

B . Autour du centre de symétrie

Si un quadrilatère admet un centre de symétrie, alors ce quadrilatère un parallèlogramme.

C - Autour des côtés

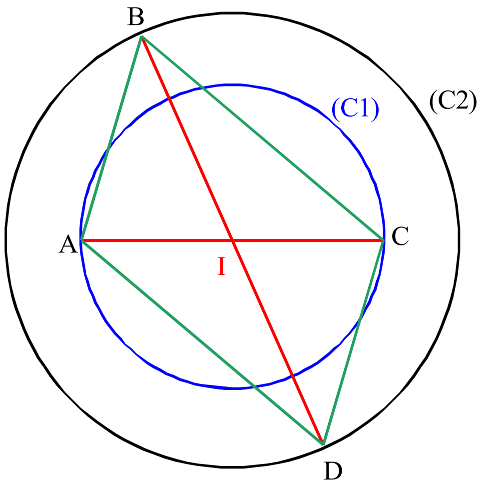
Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallèlogramme

Si un quadrilatère a deux côtés opposés qui sont parallèles et de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallèlogramme.

D – Autour des angles

Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure, alors ce quadrilatère est un parallèlogramme

Exercice n°5 :



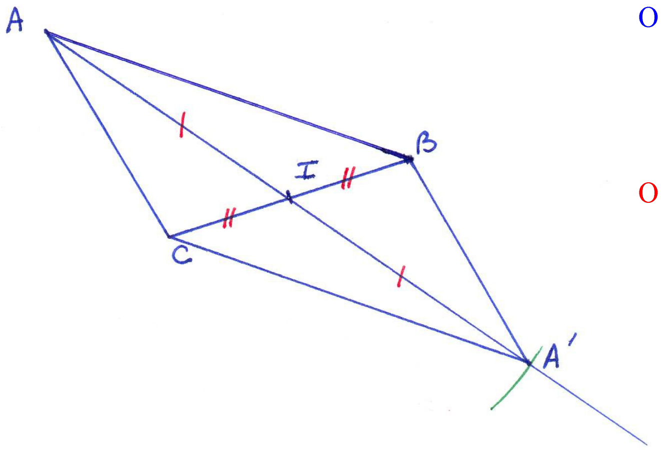
On sait que :

- I milieu de [AC] car [AC] est un diamètre du cercle (C1) de centre I ;
- I milieu de [BD] car [BD] est un diamètre du cercle (C2) de centre I.

Or, si un quadrilatère à ses diagonales qui ont le même milieu alors c’est un parallélogramme.

Donc : ABCD est un parallélogramme

Exercice n°6 :



On sait que :

- I milieu de [BC] ;
- I milieu de [AA’] c
  point A par rapport
-

Or, si un quadrilatère à ses

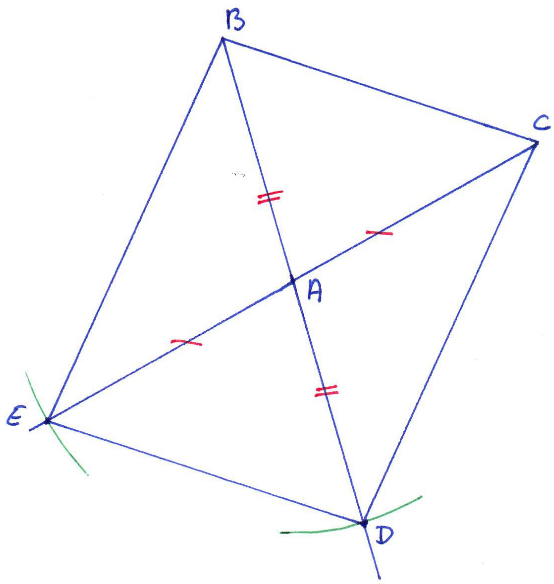
Exercice n°7 : .

On sait que :

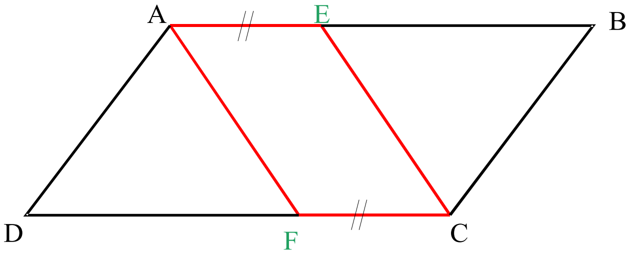
- A milieu de [BD] car D est le symétrique du point
  par rapport à A ;
- A milieu de [EC] car E est le symétrique du point
  par rapport à A.

Or, si un quadrilatère à ses diagonales qui ont le même milieu alors c’est un parallélogramme.

Donc : BCDE est un parallélogramme



Exercice n°8 :



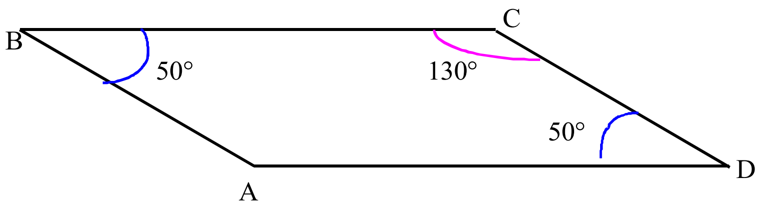
On sait que :

- (AE) parallèle à (FC) car ABCD est un parallélogramme ;
- AE = FC = 2 cm.

Or, si un quadrilatère à deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc : Comme AE = FC et (AE) // (FC) alors AECF est un parallélogramme

Exercice n°9 : .



On sait que :

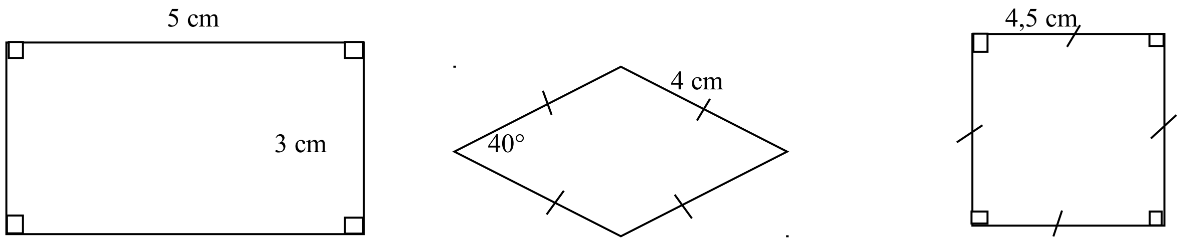
$\hat{BCA} = \hat{BAD} = 130°$ et $\hat{ABC} = \hat{CDA} = 50°$

Or, si un quadrilatère à ses angles opposés de la même mesure alors c'est un parallélogramme.

Donc : ABCD est un parallélogramme

Exercice n°10 : Rappel sur la définition du rectangle, du losange et du carré

1°)

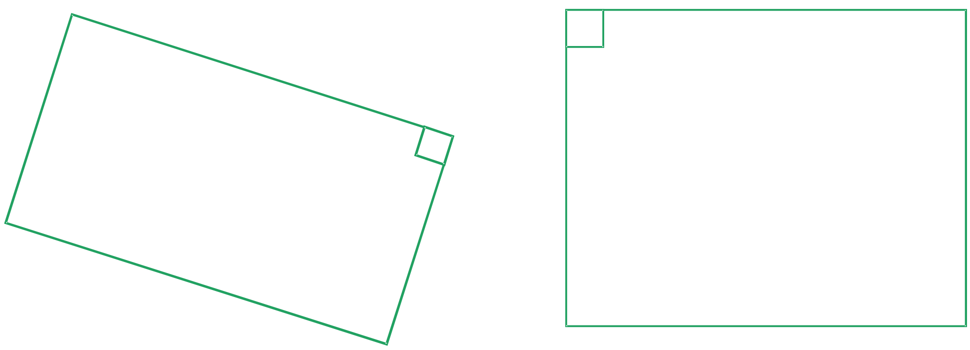


Rectangle Losange Carré

2°)
- Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur
- Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de la même longueur

ACTIVITE 3 : AUTOUR DU RECTANGLE

1°)



On a deux rectangles

Un rectangle est un parallélogramme ayant un angle droit

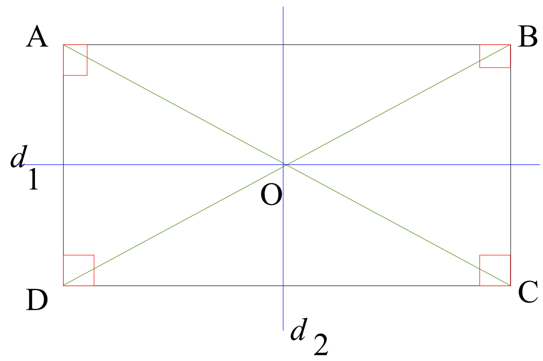
Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle

2°) On considère le rectangle ABCD ci-contre :

a. Propriété qui permet d'affirmer que les côtés opposés du rectangle sont parallèles :

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.

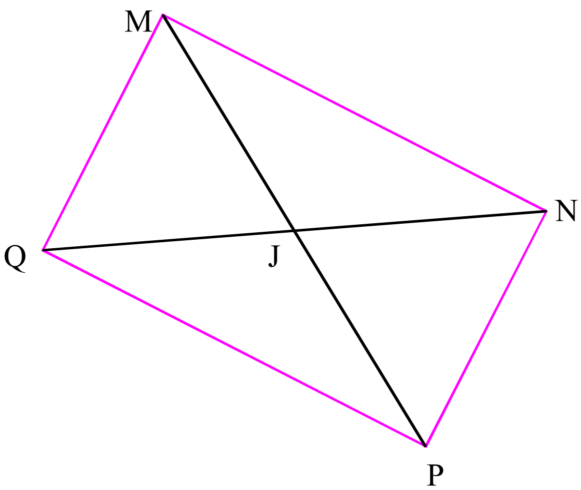
b. Le rectangle ABCD a ses côtés opposés parallèles, c'est donc un **parallélogramme** ; son centre de symétrie est donc le point O milieu des **diagonales**.



c. La droite d_1 est la médiatrice des segments **[AD]** et **[BC]**
La droite d_2 est la médiatrice des segments **[AB]** et **[DC]**
Les droites d_1 et d_2 se coupent au point **O**
On a ainsi : AO = B**O** et OC = **O**D
On a donc : AC = **BD**

Le rectangle ABCD a un centre de symétrie et deux axes de symétrie.
Ses diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

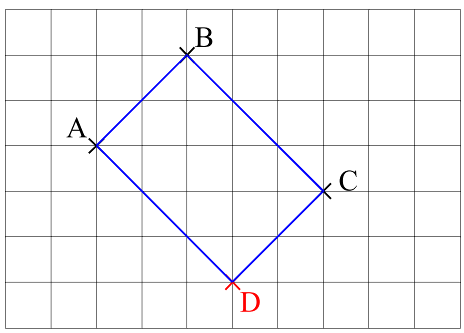
3°)

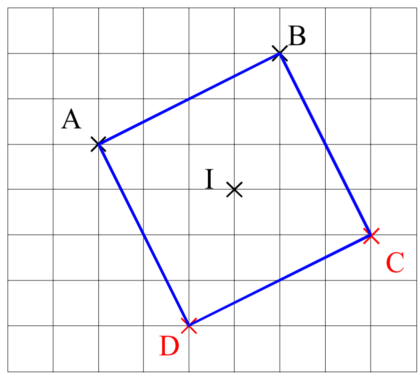


Les diagonales d'un parallélogramme ayant même longueur, les angles de ce parallélogramme semblent être droits.

Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et on même milieu, alors ce quadrilatère est un rectangle

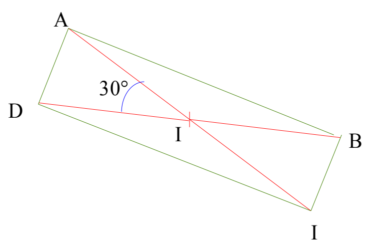
Exercice n°11 :



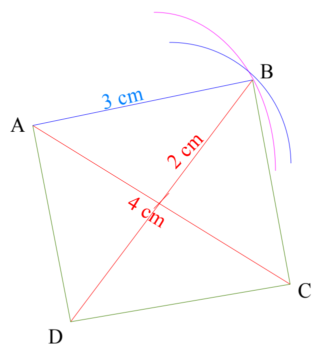


Exercice n°12 :

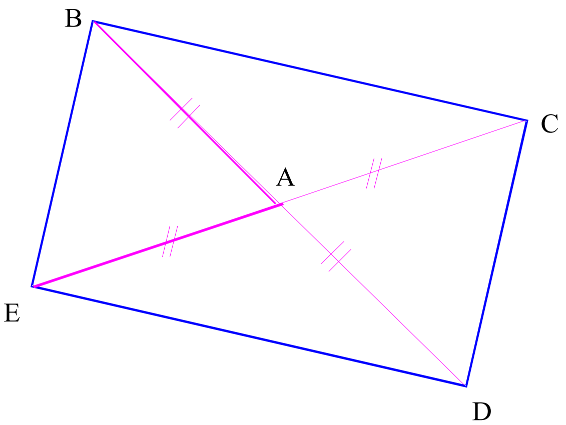
1°)



2°)



Exercice n°13 :



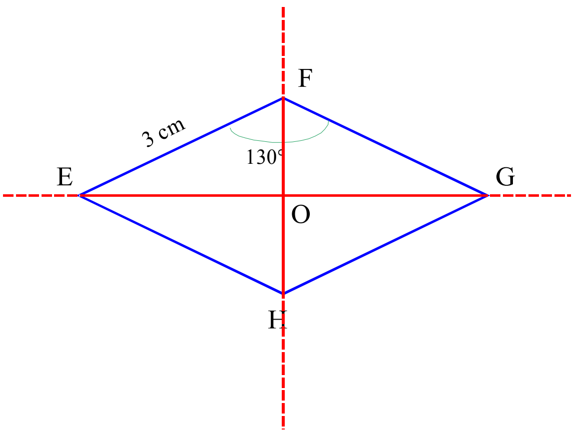
On sait que :

- Les diagonales [BD] et [EC] se coupent en leur milieu car :
  - A milieu de [BD] car D est le symétrique de B par rapport à A ;
  - et A milieu de [EC] car C est le symétrique de E par rapport à A.
- Les diagonales ont la même longueur car ABE est un triangle isocèle donc : BA = EA = AC = AD

Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu alors ce quadrilatère est un rectangle.

Conclusion : BCDE est un rectangle.

ACTIVITE 4 : AUTOUR DU LOSANGE



1°) • Par pliage, on fait apparaître **deux axes de symétries**

• **Les angles opposés ont la même mesure** car dans la symétrie axiale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

2°) Le losange EFGH a ses angles opposés de même **mesure** , c'est donc un **parallélogramme** ; son centre de symétrie est le point O, milieu des **diagonales**.

3°) • la diagonale [EG] est la **bissectrice** des angles $\widehat{HEF}$ et $\widehat{HGF}$; elle est aussi la **médiatrice** du segment [HG].

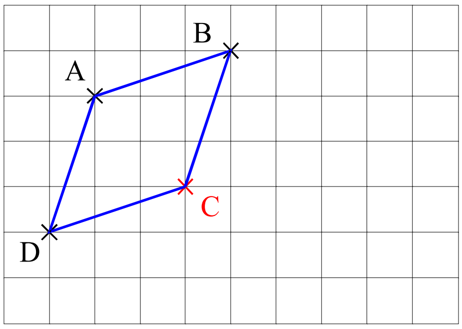
• La diagonale [HF] est la **bissectrice** des angles $\widehat{EHG}$ et $\widehat{EFG}$; elle est aussi la **médiatrice** du segment [EG].

• Les diagonales [EG] et [HF] sont **perpendiculaires** au point **O**.

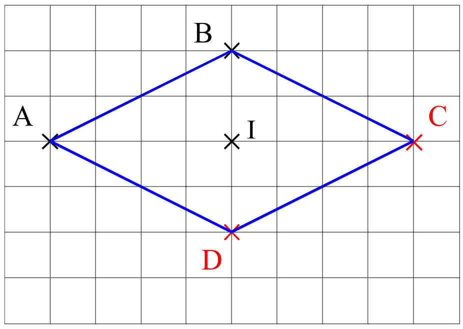
Le losange EFGH a un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales, et deux axes de symétrie portant ses diagonales. Les diagonales sont perpendiculaires en leur milieu.

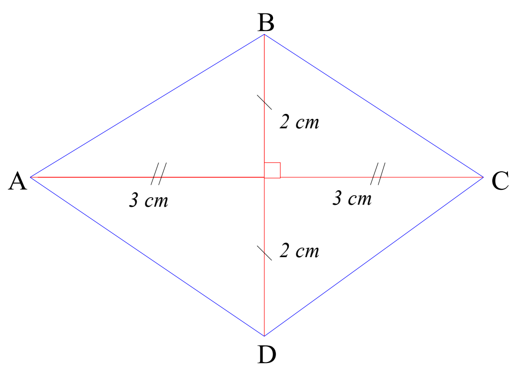
Exercice n°14 :

1°)

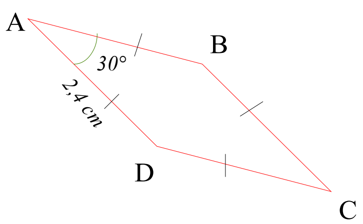


2°)



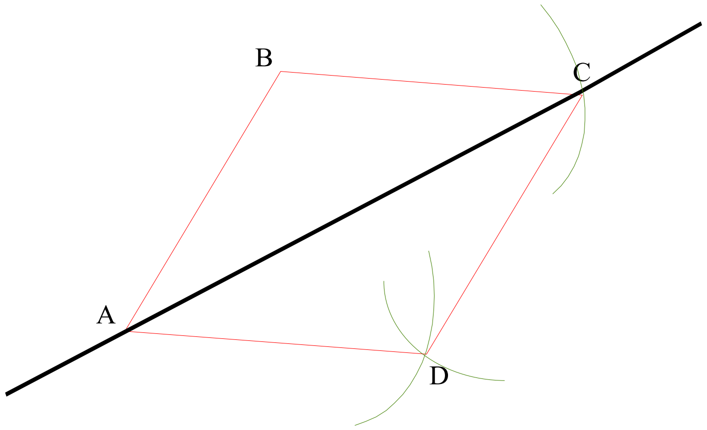


Exercice n°15 :

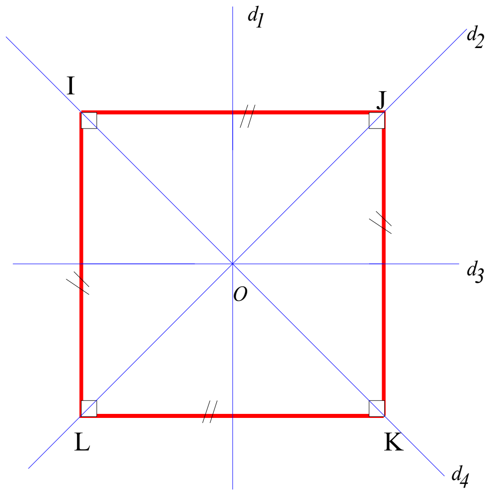


Exercice n°16 :

Exercice n°17 :



ACTIVITE 5 : AUTOUR DU CARRE

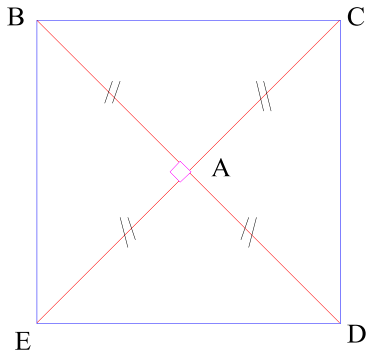


2°) Un carré a quatre angles droits don c'est un rectangle.
Un carré a quatre côtés de la même longueur donc c'est un losange.
Le carré est donc à la fois un rectangle et un losange.

3°) Un carré possède un centre de symétrie, le point O et quatre axes de symétrie : d_1 ; d_2 ; d_3 et d_4.

4°) Les diagonales d'un carré sont de la même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Exercice n°18 :



On sait que : D est le symétrique de B par rapport à A, donc A milieu de [DB]
E est le symétrique de C par rapport à A, donc A milieu de [EC].
Ainsi, les diagonales <u>se coupent donc en leur milieu.</u>

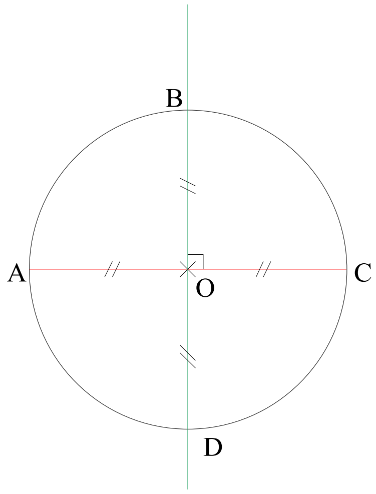
De plus comme ABC est un triangle isocèle en A, alors AB = AC soit encore EC = BD.
Les diagonales <u>ont donc même longueur</u>.

Et comme ABC est un triangle rectangle en A, les droites (EC) et (BD) sont perpendiculaires. Les diagonales <u>sont donc perpendiculaires</u>.

D'après la propriété : si un quadrilatère à ses diagonales de même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, alors se quadrilatère est un carré.

Conclusion : BCDE est un carré.

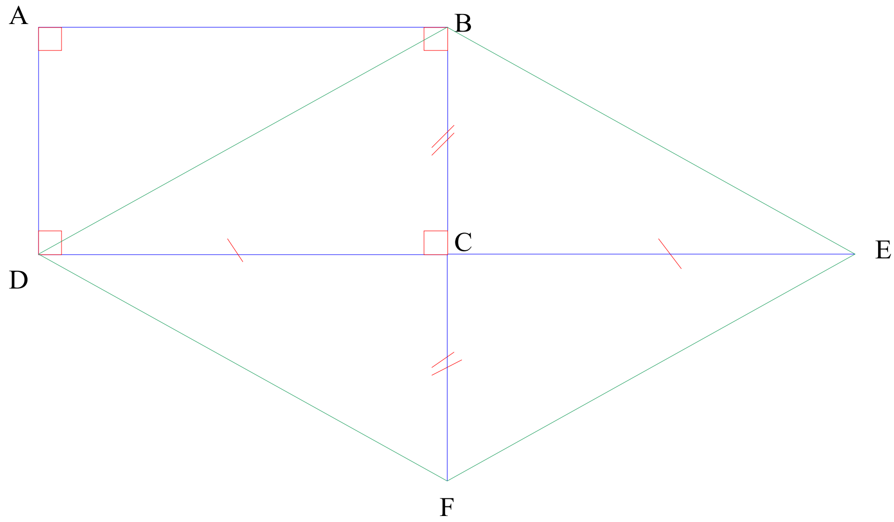
Exercice n°19 : On sait que : [AC] est un diamètre du cercle de centre O, donc O est milieu de [AC].
La médiatrice du segment [AC] coupe le cercle en B et D, donc d'après la définition de la médiatrice, (BD) perpendiculaire à (AC) et O milieu de [BD] car tous points d'un cercle sont à égale distance du centre.
Bilan : On a AC = BD ; (AC) perpendiculaire à (BD) et O milieu de (AC) et (BD).



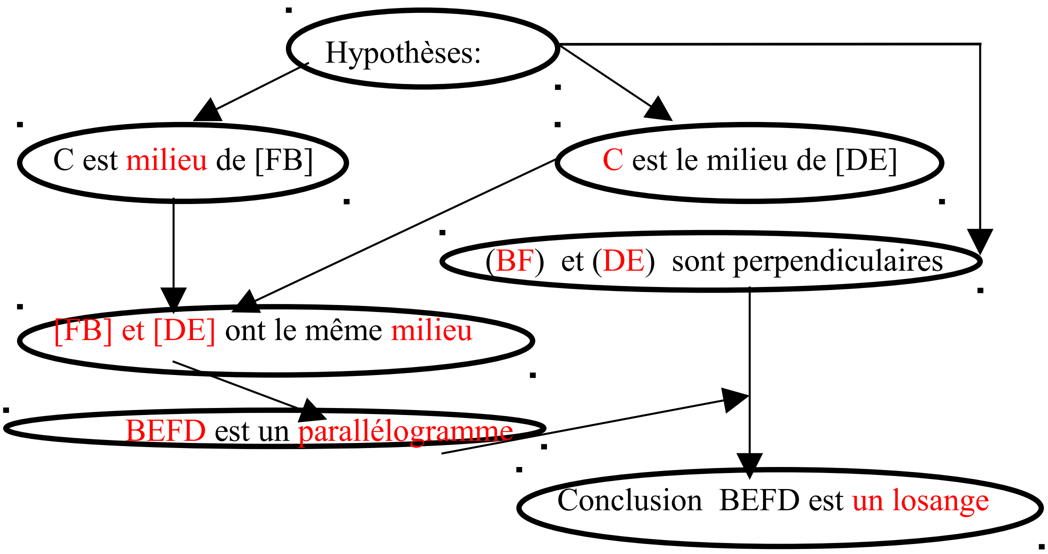
D’après la propriété : si un quadrilatère à ses diagonales de même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, alors se quadrilatère est un carré.
Conclusion : ABCD est un carré.

Exercice n°20 : *Un organigramme*

a. Le quadrilatère BEFD est un losange.



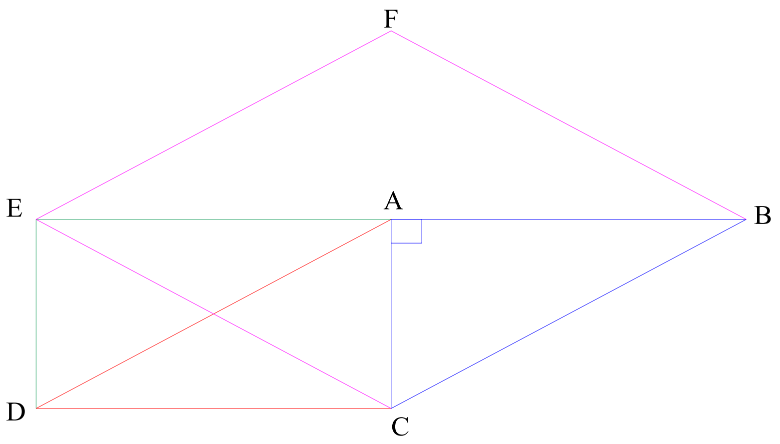
b.

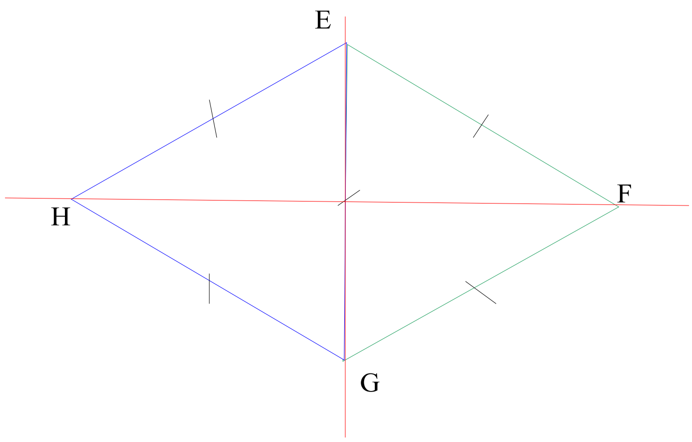


Exercice n°21 : **b.** ACDE est un rectangle car si un parallélogramme a un angle droit alors c’est un rectangle.

c. CEFB est un parallélogramme donc les diagonales [EB] et [CF] se coupent en leur milieu A.
De plus comme ABC est un triangle rectangle en A alors les diagonales sont perpendiculaires.
Donc si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires alors c’est un losange.

Conclusion : CEFB est un losange.





Exercice n°22 : **b.** EFG est un triangle équilatéral, donc : AF = FG = **GE.**

EHG est un triangle équilatéral, donc : EH = HG = **GE**

D'où : AF = FG = **GE** = EH = HG

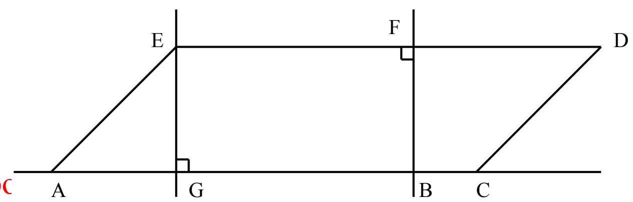
c. On sait que EF = FG = GH = HE

D'après la propriété : Si un quadrilatère à quatre côtés de même longueur alors c'est un losange,

Donc : **EFGH est un losange**

d. Les droites (EG) et (HF) sont perpendiculaires car dans un losange les diagonales se coupent en leur milieu.

Exercice n°23 : Sur la figure ci-dessous, AEDC est un parallélogramme, les angles AGC et EFB sont droits.



a. On sait que : EDCA est un parallélogramme.

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés oppo

Donc (ED) est parallèle à (AC).

Ainsi, comme G est un point de [AC] alors les droites (ED) et (GC) sont parallèles.

b. On sait que (EF) et (GB) sont parallèles et (EG) perpendiculaire à (GB)

Donc si deux droites sont parallèles et l'une est perpendiculaire à une troisième droite alors l'autre est perpendiculaire à cette troisième.

Donc les droites (EG) et (EF) sont perpendiculaires.

c. D'après la propriété : Si un quadrilatère à trois angles droits alors c'est un rectangle

Alors EFBG est un rectangle.

d. On sait que EFBG est un rectangle

D'après la propriété : Si un quadrilatère est un rectangle alors c'est diagonales sont de la même longueur.

Donc FG = EB.

Exercice n°24:

	Parallélogramme	Rectangle	Losange	Carré
2 paires de côtés parallèles	X			
côtés consécutifs perpendiculaires		X		
côtés opposés de même longueur	X			
côtés consécutifs de même longueur			X	
diagonales se coupent en leur milieu	X			
diagonales de même longueur				
diagonales perpendiculaires				
angles opposés égaux	X			

Exercice n°25 :

a) Un trapèze étant ses deux bases de même longueur. parallélogramme
b) Un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur. parallélogramme
c) Un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur. losange
d) Un parallélogramme ayant un angle droit. rectangle
e) Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu. parallélogramme
f) Un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu. rectangle
g) Un quadrilatère ayant des diagonales perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu. losange
h) Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et qui n'est pas un losange. quelconque
i) Un quadrilatère ayant une diagonale pour axe de symétrie et qui n'est pas un losange. quelconque.